
拡大鏡で両眼視するメカニズムの解説

日本ライトハウス養成部

田邊 正明*

拡大鏡は一枚の凸レンズであり、100円ショップでも手に入るとても便利な拡大装置で、一般的にはルーペと呼んでいる。自由に使える便利さゆえ、拡大鏡を手にとった人が、自分が見たいように自由な位置に調節して自分が見える最適な場所を探して使っている。ルーペの使い方を詳しく知りたい人がウェブサイトを検索すると、ルーペは眼にできるだけ近づけ、観察物をレンズに近づけて見るのが一番良い方法であると書かれていることに気づかれるであろう。倍率の高いルーペではレンズの口径が小さく、そのようにしなければ見えないのであるが、倍率が低くレンズの口径が広いルーペを高齢者が老眼鏡の代わりに両眼を使ってみる場合は、レンズを目から離して使っている。

両眼を使って見るレンズは通常の眼鏡のように左右別々のレンズを使うのがよいが、1枚のレンズでも両眼視は可能な場合がある。単純な使い方であるが、左右眼で見ている像は異なり、思いのほか複雑な操作を強いられていることに気づくことはない。両眼視用のルーペについて記述されている文献を探すと、鶴田匡夫氏の「光の鉛筆」に書かれている「読書用ルーペ3 両眼視ルーペ」¹⁾が見つかった。エッセイ風に書かれているが内容は詳細な技術解説であり、難解な公式がさりげなく提示されている。賢人にはそれでよいのかもしれないが、凡人である小生にはその意味するところを理解しがたく、暇に任せて公式の導出をしたうえで再検証したので、興味があるかたはご一読いただければ幸いである。

*たなべただあき 日本ライトハウス養成部

〒538-0042 大阪市鶴見区今津中2丁目4番37号 TEL06-6961-5521 FAX06-6968-2059

1. 両眼視の公式の導出

レンズの口径が瞳孔間距離より長い(図1)か、短い(図2)かの2通りに分けて考える。ただし、光路図に用いる変数はすべて正の数で表すこととする。

1) レンズの口径が瞳孔間距離より長い場合

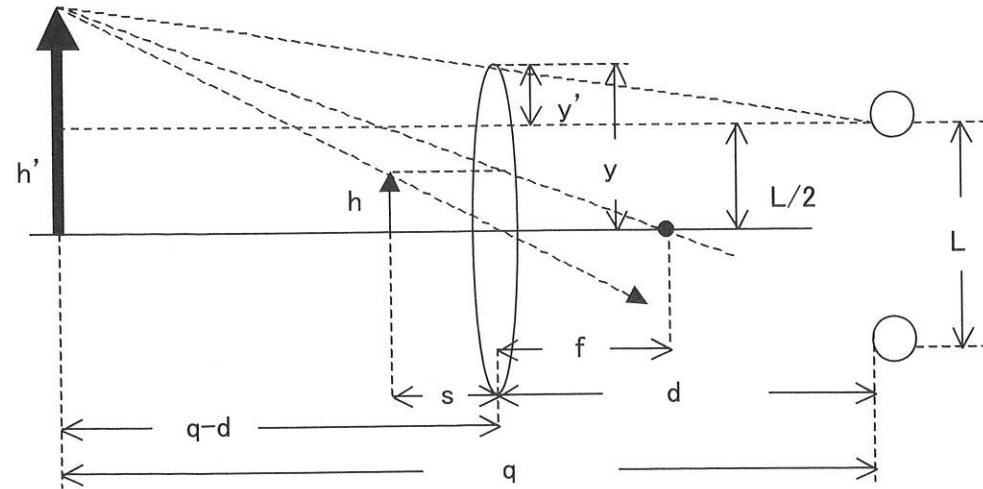


図1 両眼視で使用するルーペ

h : 物体、 h' : 虚像、 f : 焦点距離、 s : 物体とレンズ間距離、 q : 眼と虚像間距離、 d : 眼とレンズ間距離、 L : 瞳孔間距離、 y : レンズ半径、 y' : 瞳孔とレンズ端間距離

物体と像の関係式より

$$\frac{1}{s} + \frac{1}{f} = -\frac{1}{q-d} \quad \dots \textcircled{1}$$

虚像を見るために必要なレンズの半径(y)は

$$y = y' + \frac{L}{2} \quad \dots \textcircled{2}$$

三角形の相似の関係より

$$\begin{aligned} s:q-d &= h:h' \\ sh' &= h(q-d) \\ h' &= \frac{h(q-d)}{s} \quad \dots \textcircled{3} \end{aligned}$$

$$q:d = h' - \frac{L}{2} : y'$$

$$qy' = d \left(h' - \frac{L}{2} \right)$$

式③を代入

$$\begin{aligned} y' &= \frac{d \left(h' - \frac{L}{2} \right)}{q} = \frac{d \left(\frac{2h' - L}{2} \right)}{q} = \frac{d(2h' - L)}{2q} = \frac{d \left\{ \frac{2h(q-d)}{s} - L \right\}}{2q} = \frac{d \left\{ \frac{2h(q-d) - sL}{s} \right\}}{2q} \\ &= \frac{2dh(q-d) - sdL}{2sq} \quad \dots \textcircled{4} \end{aligned}$$

式④を式②に代入

$$\begin{aligned} y &= \frac{2dh(q-d) - sdL}{2sq} + \frac{L}{2} = \frac{2dh(q-d) - sdL + Lsq}{2sq} = \frac{2dh(q-d)}{2sq} - \frac{dL - Lq}{2q} \\ &= \frac{dh(q-d)}{sq} + \frac{L}{2} \left(1 - \frac{d}{q} \right) \quad \dots \textcircled{5} \end{aligned}$$

2) レンズの口径が瞳孔間距離より短い場合

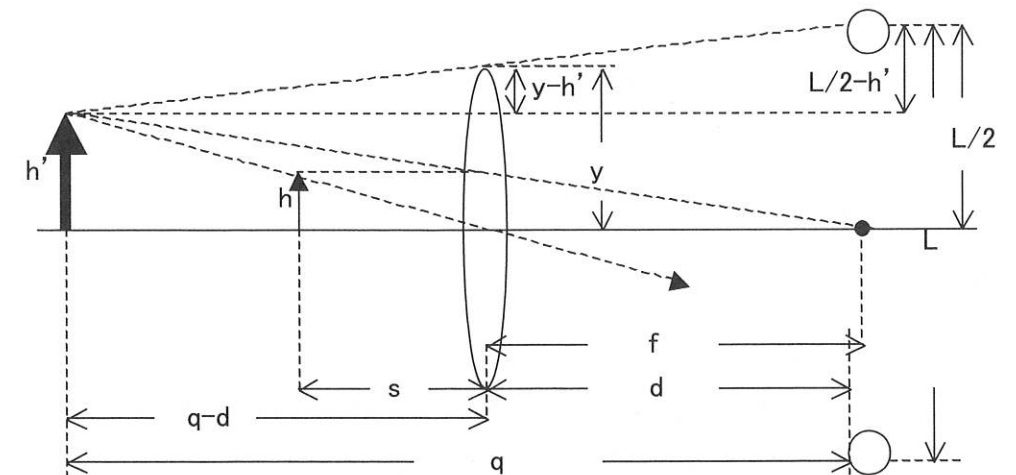


図2 両眼視で使用するルーペ

三角形の相似の関係より

$$s:q-d=h:h'$$

$$sh'=h(q-d)$$

$$h'=\frac{h(q-d)}{s} \dots \textcircled{3}$$

$$y-h':\frac{L}{2}-h'=q-d:q$$

$$q(y-h')=(q-d)\left(\frac{L}{2}-h'\right)$$

$$yq-qh'=\frac{L}{2}(q-d)-h'(q-d)$$

$$-qh'+h'(q-d)=-yq+\frac{L}{2}(q-d)$$

$$h'(-q+q-d)=-yq+\frac{L}{2}(q-d)$$

$$-dh'=-yq+\frac{L}{2}(q-d)$$

式③を代入

$$\frac{-dh(q-d)}{s}=-yq+\frac{L}{2}(q-d)$$

$$yq=\frac{dh(q-d)}{s}+\frac{L}{2}(q-d)$$

$$y=\frac{dh(q-d)}{sq}+\frac{L(q-d)}{2q}=\frac{2dh(q-d)+Ls(q-d)}{2sq}$$

$$=\frac{dh(q-d)}{sq}+\frac{L}{2}\left(1-\frac{d}{q}\right) \dots \textcircled{5}$$

つまり、レンズの口径が瞳孔間距離より長くても短くても y の値は式⑤となる。

3) 倍率 M の導出方法

物体による視角を w_0 、虚像による視角を w' 、物体の大きさを h 、虚像の長さを h' 、眼と虚像間距離を q 、参照距離を p 、横倍率を β' とすると、

倍率 M は

$$M=\frac{\tan w'}{\tan w_0}=\frac{\frac{h'}{q}}{\frac{h}{p}}=\frac{h'}{h}\cdot\frac{p}{q}=\beta'\cdot\frac{p}{q} \dots \textcircled{6}$$

レンズと物体間距離を s 、レンズと虚像間距離を $q-d$ 、眼とレンズ間距離を d とすると

$$\begin{aligned} \frac{1}{q-d} &= \frac{1}{s} - F \Rightarrow q-d = \frac{1}{\frac{1}{s} - F} \Rightarrow (q-d)\left(\frac{1}{s} - F\right) = 1 \Rightarrow \frac{q-d}{s} - (q-d)F = 1 \Rightarrow \frac{q-d}{s} \\ &= 1 + (q-d)F \end{aligned}$$

$$\frac{q-d}{s} = \frac{h'}{h} = \beta' \text{ を上式に代入すると}$$

$$\beta' = 1 + (q-d)F \dots \textcircled{7}$$

式⑥に式⑦を代入すると

$$M = \{1 + (q-d)F\} \frac{p}{q} = (1 + qF - dF) \frac{p}{q} = (1 - dF) \frac{p}{q} + qF \frac{p}{q} = (1 - dF) \frac{p}{q} + Fp$$

$$F = \frac{1}{f} \text{ だから}$$

$$M = \left(1 - \frac{d}{f}\right) \frac{p}{q} + \frac{p}{f} = \frac{p}{q} - \frac{dp}{fq} + \frac{p}{f} = p \left(\frac{1}{q} - \frac{d}{fq} + \frac{1}{f}\right) = \frac{p}{f} \left(\frac{f}{q} - \frac{d}{q} + 1\right) = \frac{p}{f} \left(1 + (f-d) \frac{1}{q}\right) \dots \textcircled{8}$$

4) 公式をまとめる

式⑧より

$$M = \frac{p}{f} \left\{1 + (f-d) \frac{1}{q}\right\} = \frac{p}{f} + \frac{p(f-d)}{fq} = \frac{p}{f} + \frac{fp-dp}{fq} = \frac{p}{f} + \frac{p}{q} - \frac{dp}{fq} = \frac{1}{f} \left(p - \frac{dp}{q}\right) + \frac{p}{q}$$

$$\therefore \frac{1}{f} \left(p - \frac{dp}{q}\right) = M - \frac{p}{q}$$

$$\frac{1}{f} = \frac{M - \frac{p}{q}}{p - \frac{dp}{q}} = \frac{\frac{Mq-p}{q}}{\frac{pq-dp}{q}} = \frac{Mq-p}{pq-dp} = \frac{Mq-p}{p(q-d)} \dots \textcircled{9}$$

式⑨を式①に代入

$$\begin{aligned} -\frac{1}{s} + \frac{Mq-p}{p(q-d)} &= -\frac{1}{q-d} \\ \frac{1}{s} &= \frac{Mq-p}{p(q-d)} - \frac{1}{q-d} \\ \frac{1}{s} &= \frac{Mq-p}{p(q-d)} + \frac{1}{q-d} = \frac{Mq-p+p}{p(q-d)} = \frac{Mq}{p(q-d)} \\ s &= \frac{p(q-d)}{Mq} \quad \dots \textcircled{10} \end{aligned}$$

式⑩を式⑤に代入

$$\begin{aligned} y &= \frac{dh(q-d)}{sq} + \frac{L}{2} \left(1 - \frac{d}{q}\right) = \frac{dh(q-d)}{Mq} + \frac{L}{2} \left(1 - \frac{d}{q}\right) = \frac{dhM}{p} + \frac{L}{2} \left(1 - \frac{d}{q}\right) \\ &= \frac{L}{2} \left(1 - \frac{d}{q}\right) + hM \frac{d}{p} \end{aligned}$$

つまり、レンズ半径(y)、瞳孔間距離(L)、眼とレンズ間距離(d)、眼と虚像間距離(q)、参照距離(p)、物体の大きさ(h)、倍率(M)、レンズの焦点距離(f)を用いると次の公式が導かれる。ただし長さの単位はメートルである。

$$y \geq \frac{L}{2} \left(1 - \frac{d}{q}\right) + hM \frac{d}{p} \quad \dots \textcircled{11}$$

倍率(M)は式⑧より

$$M = \frac{p}{f} \left(1 + (f-d) \frac{1}{q}\right) \quad \dots \textcircled{8}$$

で定義されており、虚像と参照距離にある物体の比となっていて、いわゆる拡大鏡の倍率とされる名目倍率、商用倍率とは別のものである²⁾。

2. 代表的な例で考える

ここで、両眼視の条件として簡便のために瞳孔間距離60mmの人が新聞の文字が5文字入る程度の長さ(2h)2cmを観察していると仮定し、参照距離を25cmとすると、L=0.06、h=0.01、p=0.25となり、式⑩⑧に代入すると

$$\begin{aligned} y &\geq 0.03 \left(1 - \frac{d}{q}\right) + 0.01M \frac{d}{0.25} \\ M &= \frac{0.25}{f} \left(1 + (f-d) \frac{1}{q}\right) \end{aligned}$$

の連立方程式となる。眼とレンズ間距離(d)、眼と虚像間距離(q)、倍率(M)を変数としてレンズの屈折力、物体とレンズ間距離、レンズ口径の数値を求め表にした。

次にロービジョン者が用いる実際のレンズでは左右眼でそれぞれどのように見えるのかをNikon社製ラケットタイプルーペ10D(レンズ口径0.06m)をサンプルに用い、両眼視できる場合とできない場合の左右眼の見え方をスマートホンのカメラ機能を利用して撮影し比較した。

両眼視のための条件は表1のようになった。データの見方は薄いグレーで示したところを例にすると、眼と虚像間距離(q)を0.500m、眼とレンズ間距離(d)を0.200mとし、倍率(M)が1.5×、2.0×、2.5×、3.0×、6.0×と変化したときの両眼視可能な屈折力、レンズ口径がそれぞれ、6.7D(0.060m)、10.0D(0.068m)、13.3D(0.076m)、16.7D(0.084m)、36.7D(0.132m)、さらに眼とレンズ間距離(d)を0.050mとしたときにはそれぞれ4.4D(0.060m)、6.7D(0.062m)、8.9D(0.064m)、11.1D(0.066m)、24.4D(0.078m)となると読み取る。しかし変数があまりにも多く実際の条件として直感的に分かりにくくなっている。

表1. 両眼視のための条件

M (\times)	q(m)	0.250				0.500				10000.000			
		d(m)	0.000	0.050	0.100	0.200	0.000	0.050	0.100	0.200	0.000	0.050	0.100
1.5	F(D)	2.0	2.5	3.3	10.0	4.0	4.4	5.0	6.7	6.0	6.0	6.0	6.0
	s(m)	0.167	0.133	0.100	0.033	0.167	0.150	0.133	0.100	0.167	0.167	0.167	0.167
	2y(m)	0.060	0.054	0.048	0.036	0.060	0.060	0.060	0.060	0.060	0.066	0.072	0.084
2.0	F	4.0	5.0	6.7	20.0	6.0	6.7	7.5	10.0	8.0	8.0	8.0	8.0
	s	0.125	0.100	0.075	0.025	0.125	0.113	0.100	0.075	0.125	0.125	0.125	0.125
	2y	0.060	0.056	0.052	0.044	0.060	0.062	0.064	0.068	0.060	0.068	0.076	0.092
2.5	F	6.0	7.5	10.0	30.0	8.0	8.9	10.0	13.3	10.0	10.0	10.0	10.0
	s	0.100	0.080	0.060	0.020	0.100	0.090	0.080	0.060	0.100	0.100	0.100	0.100
	2y	0.060	0.058	0.056	0.052	0.060	0.064	0.068	0.076	0.060	0.070	0.080	0.100
3.0	F	8.0	10.0	13.3	40.0	10.0	11.1	12.5	16.7	12.0	12.0	12.0	12.0
	s	0.083	0.067	0.050	0.017	0.083	0.075	0.067	0.050	0.083	0.083	0.083	0.083
	2y	0.060	0.060	0.060	0.060	0.060	0.066	0.072	0.084	0.060	0.072	0.084	0.108
6.0	F	20.0	25.0	33.3	100.0	22.0	24.4	27.5	36.7	24.0	24.0	24.0	24.0
	s	0.042	0.033	0.025	0.008	0.042	0.038	0.033	0.025	0.042	0.042	0.042	0.042
	2y	0.060	0.072	0.084	0.108	0.060	0.078	0.096	0.132	0.060	0.084	0.108	0.156

q: 虚像と眼間距離、d: 眼とレンズ間距離、F: レンズの屈折力、s: 物体とレンズ間距離、
 2y: 両眼視が可能な視野の横幅となるレンズ口径
 薄いグレーの部分: 様々な屈折力で両眼視可能となる場合の例示
 濃いグレーの部分: +10D、レンズ口径0.06mの拡大鏡で両眼視可能な場合
 黒地に白文字の部分: +10D、レンズ口径0.06mの拡大鏡で両眼視できない場合

そこでNikon社製ラケットタイプルーペ10D、レンズ口径0.06mの拡大鏡を例にした両眼視可能な場合と両眼視できない場合を表1より抽出した。表1の濃いグレーで表した部分が両眼視可能な視野の横幅となるレンズ口径が0.06m以下であり、1) 物体とレンズ間距離(s): 0.033m、眼とレンズ間距離(d): 0.200m、倍率(M): 1.5 \times 、2) 物体とレンズ間距離(s): 0.083m、眼とレンズ間距離(d): 0.000m、倍率(M): 3.0 \times 、3) 物体とレンズ間距離(s): 0.100m、眼とレンズ間距離(d): 0.000m、倍率(M): 2.5 \times の3通りが両眼視できる状態である。2cmの実線を見ている両眼の見え方を1)と3)の場合で撮影したところ、1)にあたるのは図2で、3)にあたるのは図3であり左右眼ともに2cmの実線が映っていて両眼視できていることが映された左右眼の像から実証された。

次に表1の黒地に白文字で表した部分に示したように、物体とレンズ間距離(s): 0.100m、眼とレンズ間距離(d): 0.100m、倍率(m): 2.5 \times の状態であればレンズ口径が0.08m、物体とレンズ間距離(s): 0.100m、眼とレンズ間距離

(d): 0.200m、倍率(m) 2.5 \times であればレンズ口径が0.100m必要となることが示されている。レンズ口径0.06mのレンズで物体とレンズ間距離(s): 0.100m、眼とレンズ間距離(d): 0.100mで撮影した図4と、物体とレンズ間距離(s): 0.100m、眼とレンズ間距離(d): 0.200mで撮影した図5では左眼には2の数字のみ、右眼には0の数字のみが映っていて左右の像が大きく違って映っていることが観察された。つまり、0.06mのレンズ口径では小さすぎて輻輳できる状態とはならず、両眼視はできないことが分かった。

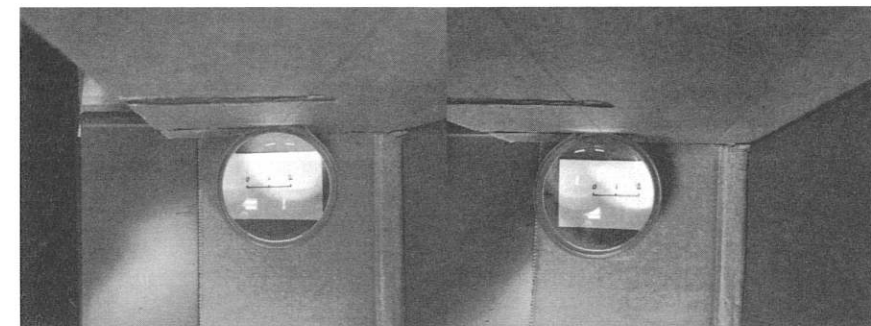


図2. 左眼 右眼

物体とレンズ間距離: 0.033m、眼とレンズ間距離: 0.200m
 瞳孔間距離0.06m

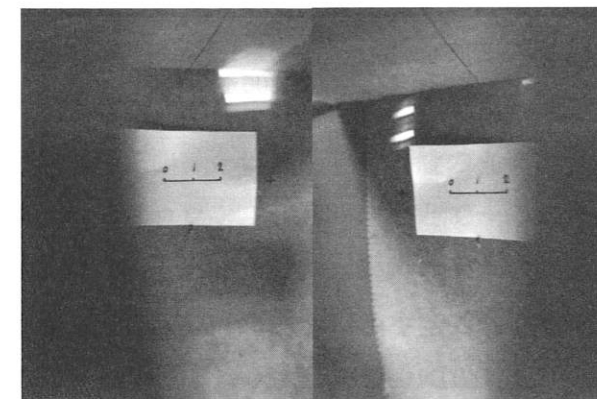


図3. 左眼 右眼

物体とレンズ間距離: 0.100m、眼とレンズ間距離: 0.000m
 瞳孔間距離0.06m

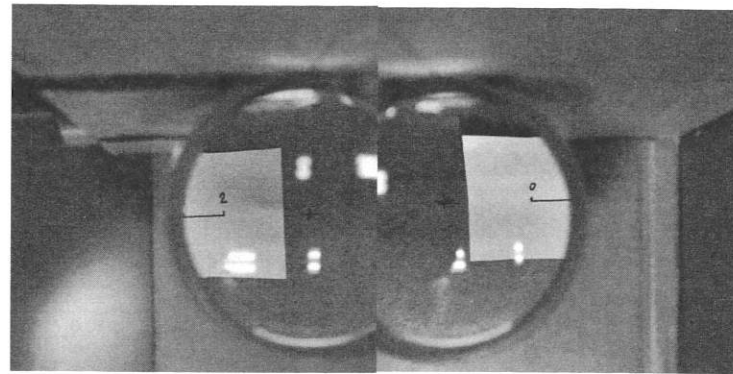


図4. 左眼 右眼

物体とレンズ間距離: 0.100m、眼とレンズ間距離: 0.100m
瞳孔間距離0.06m

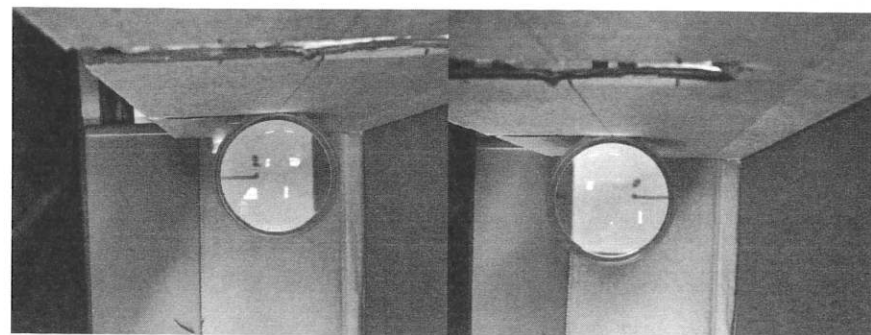


図5. 左眼 右眼

物体とレンズ間距離: 0.100m、眼とレンズ間距離: 0.200m
瞳孔間距離0.06m

3. まとめ

表1で、虚像が無限遠と仮定するために $q=10000.000\text{m}$ として計算している列をみると、6D、8D、10D、12D、24Dそれぞれのレンズでは、物体を焦点上に置いた場合、両眼視するためには眼とレンズ間距離が0.000mのときには瞳孔間距離とした0.06mと同じ長さの両眼視が可能な視野の横幅となるレンズ口径が必要であり、レンズから眼を離していくにしたがって0.06mより

広いレンズ口径が必要となることが読み取れる。ルーペの購入者からよく大きなレンズが欲しいと訴えられる原因がここにあると考えられた。

市販の代表的な拡大鏡の仕様を表2に示したが、12Dを超える市販レンズの口径は0.060m以下がほとんどである。両眼視するためには物体とレンズ間距離を焦点距離より短くして虚像位置を書物に近い位置にする必要があり、倍率は製造業者による表示倍率より低下すると考えられた。このような操作をすることなく虚像位置が書物に近い位置にある単レンズ拡大鏡にはレンズが書物に接しているスタンプルーペがあり、両眼視でいつも見ることができ便利である³⁾。

表2 Nikon社とCoil社の手持ち式拡大鏡

製品名	屈折力(D)	口径(m)	縦径(m)
Nikonラケットタイプルーペ 1.5×	4	0.107	0.052
Nikonラケットタイプルーペ 2.5×	10	0.060	
Nikonラケットタイプルーペ 3.5×	14	0.046	
Nikonラケットタイプルーペ 5×	20	0.046	
Nikon ポケットタイプルーペ 2×	8	0.035	
Nikon ポケットタイプルーペ 3×	12	0.035	
Nikon ポケットタイプルーペ 5×	20	0.035	
Coil 3x	8	0.080	
Coil 4x	12	0.080	
Coil 6x	20.75	0.050	

単レンズで両眼視するための条件はレンズ口径、眼とレンズ間距離など様々な条件により大きく変化し、拡大率も一様でない。両眼視用の拡大鏡には、テレビコマーシャルでお馴染みの「ハズキルーペ」が最近では広く知られ、ロービジョン者も購入している人がみられる。両眼視で拡大像を得るための条件は非常に複雑で一般的な矯正眼鏡とは異なり、一般の人には分かりにくく、販売されている拡大鏡はディスカウントショップなどで一般の商品として扱われている。多くの人は風評のみで購入し、矯正眼鏡のように自分にあったものを適切な助言を受けて購入できないのが現状であろう。高齢者が増加するなかで老眼鏡の処方以上に拡大のための処方が必要な場面が増加しており、適切な両眼視用拡大鏡を紹介するためのスキルが拡大鏡を紹介するさいには必要となっているのではないだろうか。

参考文献

- 1) 鶴田匡夫：第8光の鉛筆 10読書用ルーペ3 両眼視ルーペ. O plus E 28(7), 718-721, 2006.
- 2) 鶴田匡夫：第8光の鉛筆 10読書用ルーペ1 倍率と解像力. O plus E 28(5), 510-517, 2006.
- 3) 田邊正明・辻一央(2007) スタンプルーペの倍率表示. 日本ロービジョン学会誌, vol.8, 134-138.