

# ハズキルーペの 見え方と倍率 を考える

日本ライトハウス

田邊正明

# はじめに

- ハズキルーペに関して岡本隆博氏のルーペメ  
ガネ研究会のホームページに詳しい解説がさ  
れています。

<https://usukal.biz/loupe/index.html>

- それ以上の説明はできないと思いましたが、  
ロービジョンの方の購入も増え、使い方がよ  
くわからないという声も聴かれるようになり  
ました。
- そこで、今一度表記されている倍率で見えて  
いるのか、また利用される方に普通の眼鏡と  
の違いを説明できることを目指して再考して  
みたいと思います。

# 索引

- ◉ 製品の特長と仕様
- ◉ ホームページによる解説（製造元、岡本氏）
- ◉ 単眼視によるルーペの説明
- ◉ 両眼視による立体視の説明 ステレオグラム
- ◉ プリズムの効果
  - 両眼視によるみかけの虚像位置と物体間距離
- ◉ ハズキルーペの原型
- ◉ 倍率について
  - 名目倍率
  - ハズキルーペの表示倍率と商用倍率
  - 近用眼鏡倍率
  - 回旋倍率
  - 横倍率
- ◉ その他の双眼ルーペ
- ◉ ロービジョン者に有効であった事例
- ◉ Appendix 公式の導出

# 製品の特長と仕様

# 特徴

- ◎ 両眼視できる拡大鏡
- ◎ 1.32×、1.6×、1.85×の3種類の倍率



# 仕様

- ◎ 屈折力：Nikon PL-2で計測  
1.25D (1.32×)  
2.50D (1.6×)  
3.25D (1.85×)

余談ですが、ハズキルーペに添付されてる説明書には「屈折力」を「屈折率」とミスプリントされていました。

- ◎ 光心間距離：  
48.0mm、48.0mm、41.0mm
- ◎ 頂間距離：20.0mm

仕様						
■ハズキ ラージ						
レンズ種類	35% ブルーライトカット クリアレンズ			55% ブルーライトカット カラーレンズ		
	倍率	1.32倍	1.6倍	1.85倍	1.32倍	1.6倍
屈折率	1.3D	2.5D	3.4D	1.3D	2.5D	3.4D
可視光線透過率	92%	94%	93%	66%	66%	68%
寸法	W145mm×H45mm フレームの長さ:164.5mm					
耐荷重	80kg					
■ハズキ コンパクト						
レンズ種類	35% ブルーライトカット クリアレンズ			55% ブルーライトカット カラーレンズ		
	倍率	1.32倍	1.6倍	1.85倍	1.32倍	1.6倍
屈折率	1.3D	2.5D	3.4D	1.3D	2.5D	3.4D
可視光線透過率	94%	91%	93%	71%	63%	65%

# ホームページによる解説

# ハズキルーペのホームページ

ハズキルーペは  
近視・遠近両用等の  
コンタクトレンズ、メガネの上から  
掛けて手元を見てください！

両手が自由に使える  
メガネ型拡大鏡です。

ルーペと老眼鏡の違いって？

ルーペは小さな字を  
大きく拡大するレンズ。  
コンタクトレンズの上から掛けると  
老眼鏡と違い大きく見えて  
楽に見える！

老眼鏡は小さな字に  
ピントを合わせるだけのレンズ。  
ピントが合っても、小さな字は  
小さい字のまま見える。

大きく見える



歪み無く見える

神田通信工業のエンジニア達が  
生理工学を応用した  
高度なレンズ設計で  
歪み無く見えるレンズを開発。

国内大手レンズメーカーと  
同等な高品質レンズを使用。



# 医師の見解



見やすい距離で大きく、  
明るく見えて快適です。

日本コンタクトレンズ学会 理事  
眼科医 梶田 雅彦さん

使ってみたらもうやめられないです。ハズキルーベを掛けてみて、僕が欲しかったものってこういう事だって凄く楽しかったです。

遠近両用メガネやコンタクトレンズは見たい距離の調整が難しいですが、ハズキルーベを補助的に使ってあげると快適なんです。見えやすい距離で大きく、明るく見えることが目を疲れなくさせ、快適に過ごす上で一番大事ですね。見えるからと無理して見続けると実際は目が疲れている状態なんです。出来るだけ頑張って見続けなくて快適に、ラクに見える状態を維持する事が大切です。

手元の作業が多い方は特にですね、作業のストレスを少なくする事が大切だと思います。私自身も遠近両用メガネを掛けた上にハズキルーベを使用していますが、メガネの上から掛けやすいデザインがいいし、作業距離が調整出来て嬉しいです。

# 岡本隆博氏のホームページ

ハズキの「拡大視」の謎を解く



ハズキの「拡大視」の謎を解く

岡本隆博

メガネ屋も眼科医も知らない

# 拡大は一種の錯覚

すなわち、「相対的な開散は、ものを大きく感じさせる」わけである。

ではなぜ、眼が相対的に開散すると、ものが大きく見えるのだろうか。  
その答えは以下の通りである。

(a) 眼がある輻輳量であるものを見ているとする。

(b) 次に、同じ距離の同じものを、何らかの手段により眼の輻輳量を減らして、  
すなわち、相対的に開散して見たとしよう。

そうすると、眼の輻輳量が減ったことにより、  
脳は、同じ距離にあるものを、  
より遠くに離れたものなのだ  
と、誤った認識をしてしまう。

一種の錯覚

それでいて、網膜に写っている像の大きさは、

(a) のときの大きさと同じであるがゆえに、  
脳は「遠くにあるものが元の距離にあるものと  
同じ大きさで網膜に映っている」と解釈し、

(a) に比べると (b) ではやや大きいものが  
やや離れて存在しているのだ、  
という解釈をせざるを得ない。

そして、脳は、まことに見事に、というか、素直にというか、  
解釈したとおりに、そのものの大きさを自動修正して  
見てしまうのである。

ゆえに

「眼は同じものを相対的に開散して見ると、大きく『感じて』しまう」  
わけなのである。

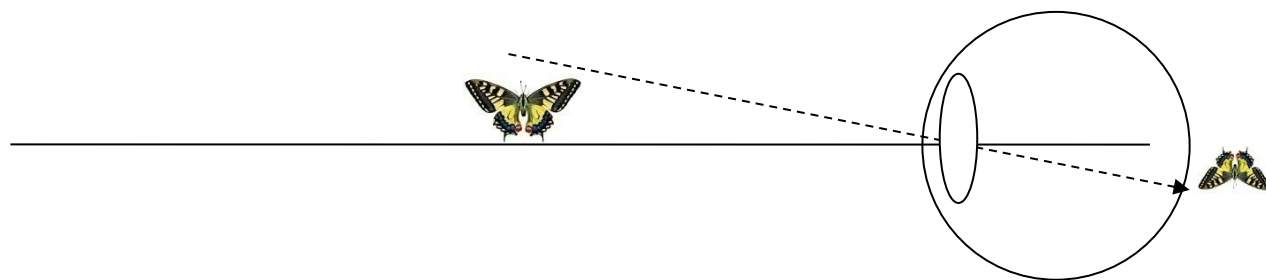
設計者は岡本善二郎氏？

岡本氏のホームページより

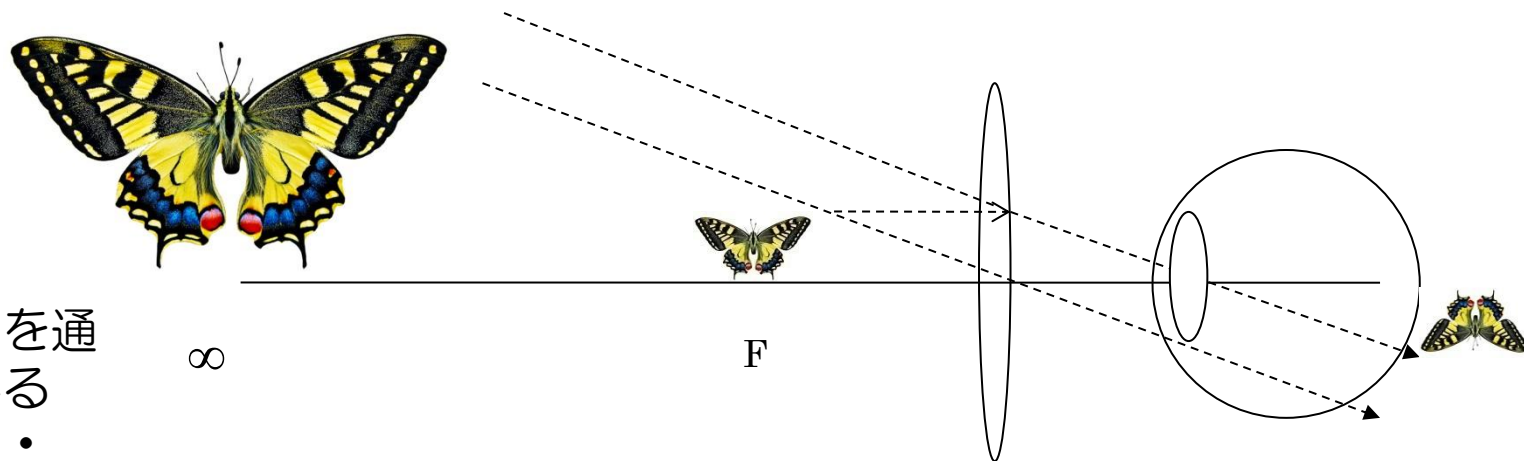
<https://usukal.biz/loupe/1406201.ht>

# 単眼視によるルーペの説明

裸眼で見ると・・・



ルーペを通して  
と・・・



焦点 (F)上で物体を見ると、無限遠の虚像を無調節で観察できる。

眼とレンズが離れてもレンズを通して見える大きさは変わらないが、レンズがないと物体は小さくなるため拡大されたように感じる。

# 両眼視による立体視の説明 ステレオグラム

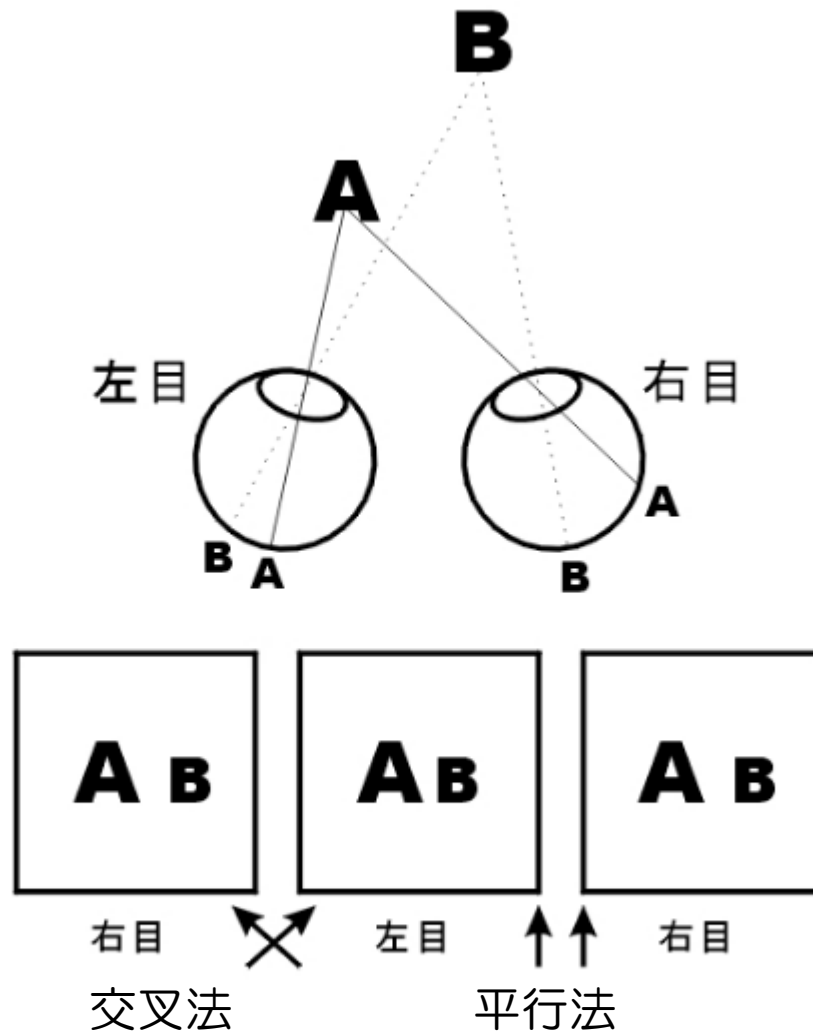
# ステレオグラム

立命館大学の北岡明佳（きたおかあきよし）先生の錯視のページ

<http://www.ritsumei.ac.jp/~akitaoka/index-j.html>

の紹介

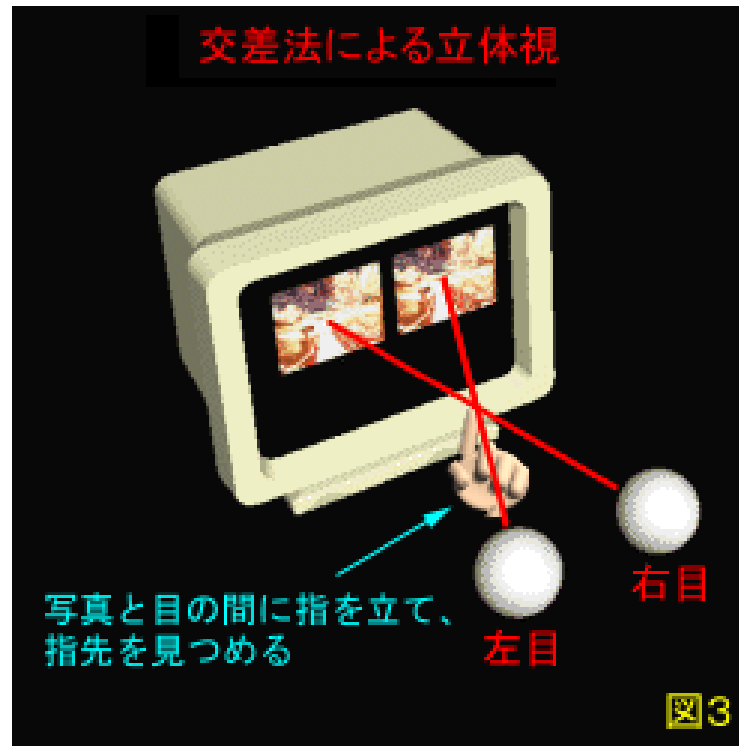
3つ並んだ図の場合は左と中の図あるいは中と右の図を両眼融合させて見ることができます。たくさん並んだ図の場合は隣合った図を合わせてください。このようなフリーフーズはできない人が多いですが、練習がモノを言います。



### 「両眼立体視の説明用の図」

図のような奥行きのある位置に物体Aと物体Bがあると、右目に映るAB間の距離は、左目のそれよりも長くなる（両眼視差）。この情報を手がかりにして計算されて作られた知覚が、両眼立体視である。

# 交差法のやり方

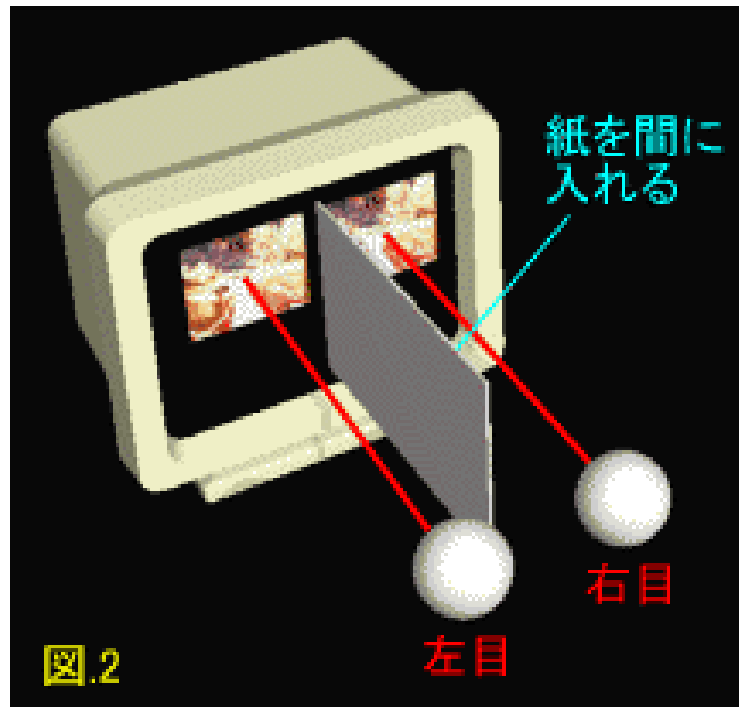


立体写真のホームページより引用

<https://www.stereoeye.jp/howto/cross.html>



# 平行法のやり方



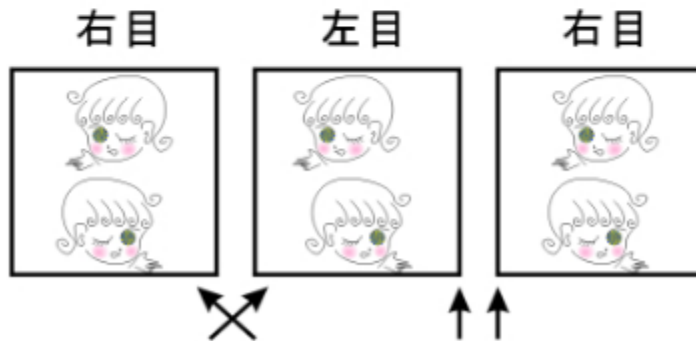
立体写真のホームページより引用  
<https://www.stereoeye.jp/howto/parallel.html>

# ステレオグラム



交叉法  
下の絵が手前に見える  
遠い方が大きく感じる

平行法  
下の絵が手前に見える  
交差法では奥に見える  
遠い方が大きく感じる





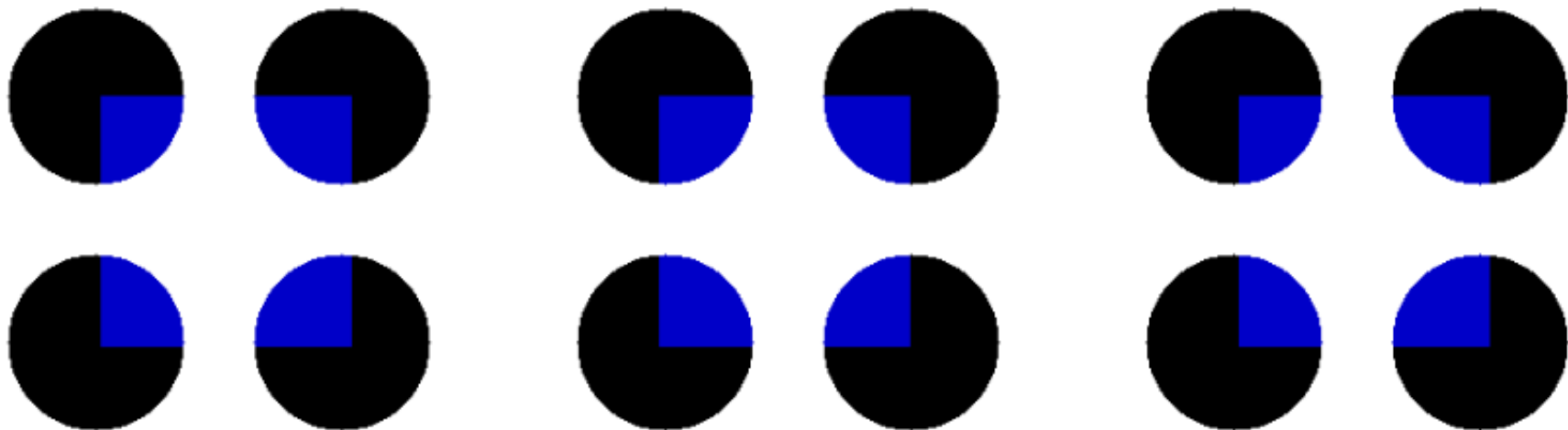
平行法では眼が奥まっ  
て  
交叉法では浮き出して  
見える

上図は平行法（非交叉法）で融合する人（多くの人はこちら）、下図は交叉法で融合する人のためのものである。



交叉法で眼  
が奥まって

髪や目などが奥行き方向に傾いて見えたりする。Copyright Akiyoshi.Kitaoka 2006 (March 3)  
ステレオグラムとしては初歩的で、ひねりも何にもない。



正方形が遠ざかって見える X

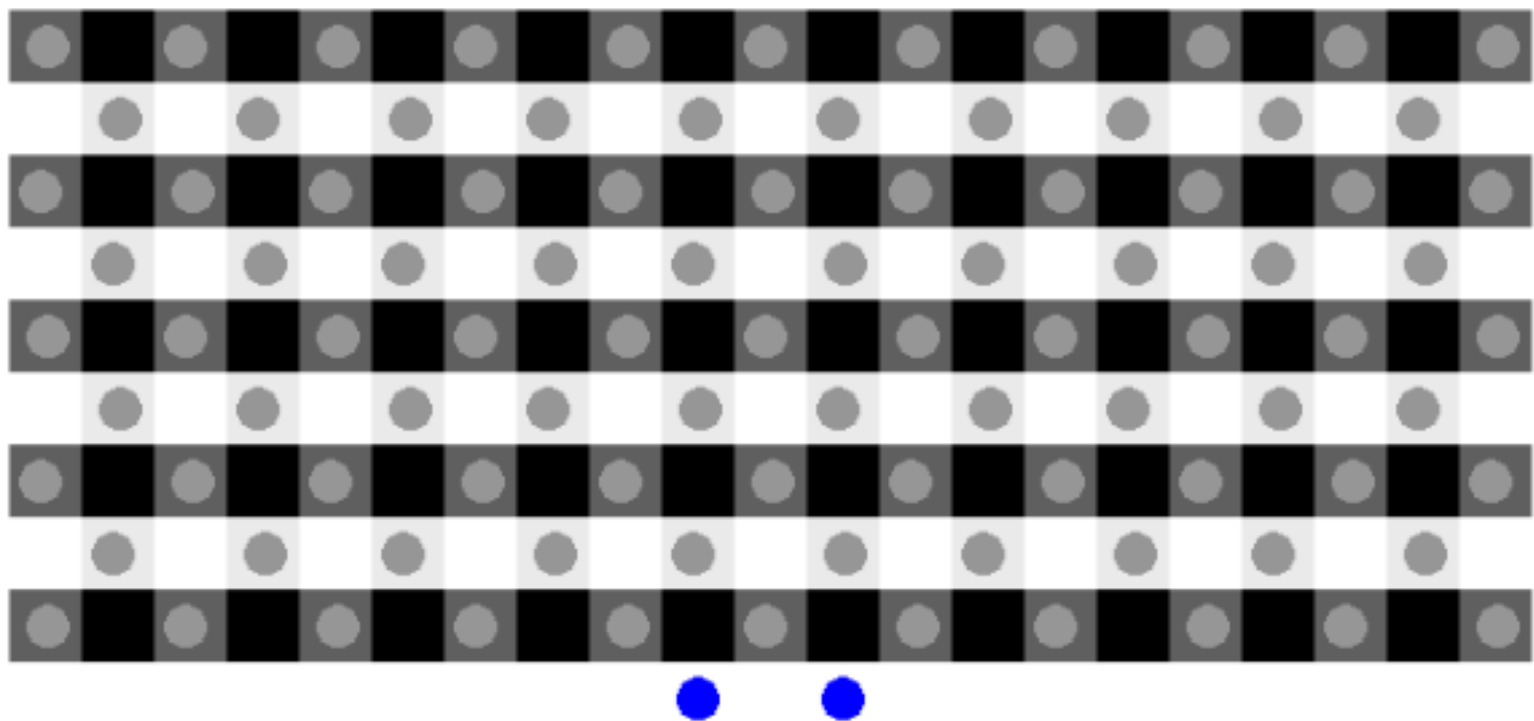
II 正方形が遠ざかって見える  
でも交差法では近づきみたい

## 「悟りの窓後退錯視」

青い正方形が円の窓の奥に見える時、正方形が遠ざかって行くように見える。

Copyright Akiyoshi.Kitaoka 2005 (June 2)

円の手前に見える時（ヴァリンの図形）は、その奥行きで縮小して見える。しかし、個人差が大きそうだなあ・・・



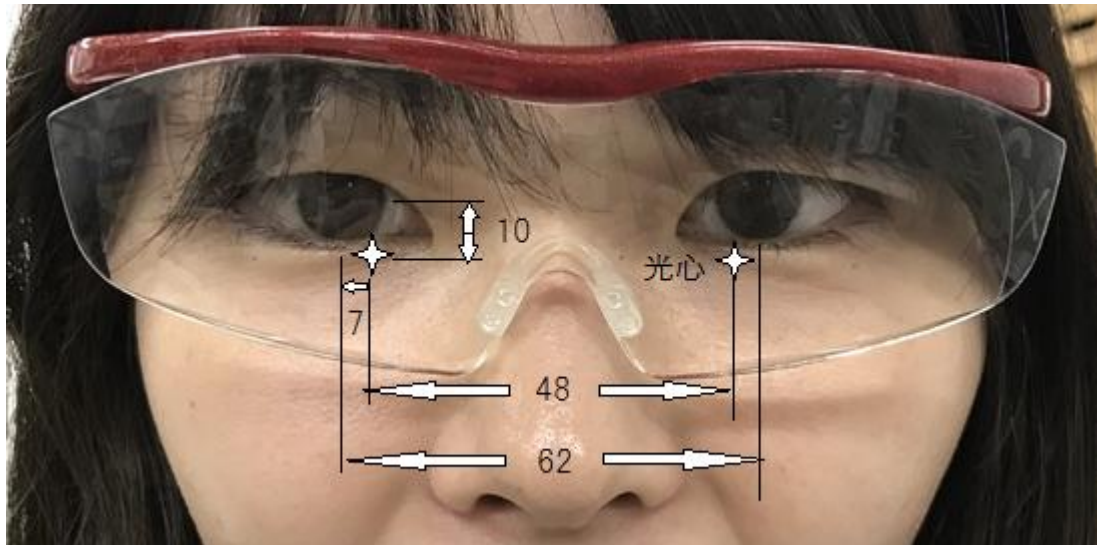
## 「雪」

1つずつずらして融合すると雪（灰色の円）が左上から右下に降っているように見える。なお、灰色の円には2種類の明るさがあるように見えるが、同じ明るさである。

Copyright A. Kitaoka 2002

# プリズムによる効果

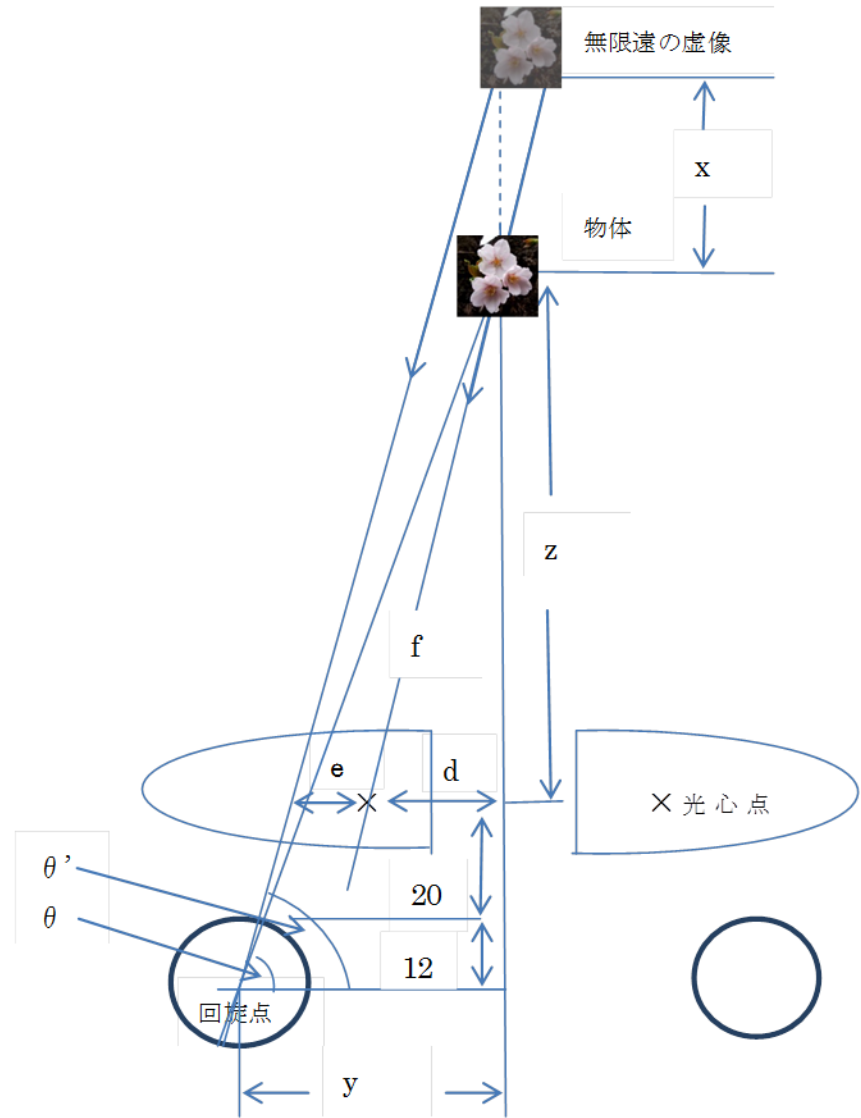
# 瞳孔間距離62.0MMの被験者が1.6× のハズキルーペを装用した状態



左右と上下方向にプリズムが入っている

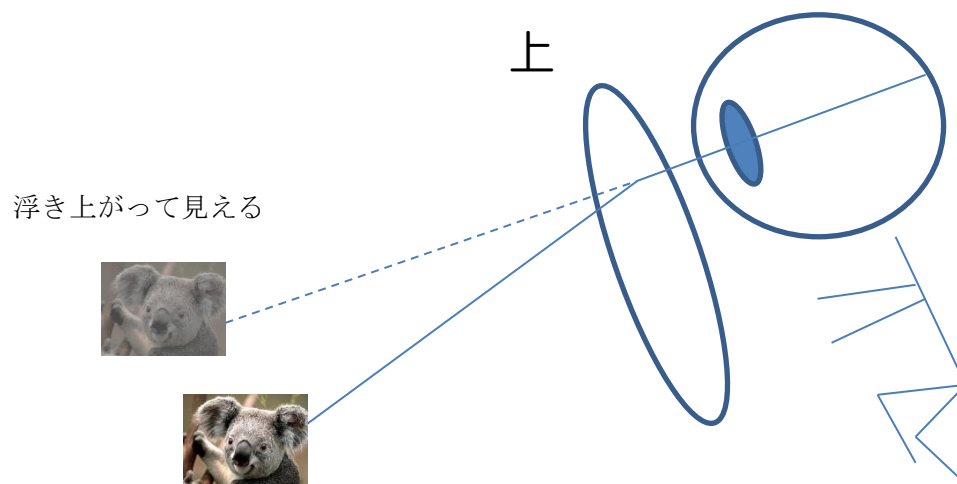
# プリズム

- 光心間距離：  
一般的な瞳孔間距離  
60.0mmよりも短く、  
base inのプリズム
- 水平方向は左右眼ともに  
base inであり、像は耳側  
のほうへ動く。左右眼の  
開散で輻輳角が変化し奥  
行き知覚に変化を及ぼして  
いる。





- ◎ 光心の高さ：  
約10.0mm下方に位置しており、base downのプリズム
- ◎ 垂直方向のプリズム作用は左右眼ともに同じ方向



# 物体のずれ

表示倍率 ( $\times$ )	屈折力 (D)	瞳孔と光心の ずれ (mm)	物体のずれ ( $\Delta$ )
1.32	1.25	7.0	0.88
1.6	2.50	7.0	1.75
1.85	3.25	10.5	3.41

- ハズキルーペを遠視用眼鏡として装用し、無限遠の物体を見る  
と仮定すると、プレンティスの法則により1m離れて見た物体が  
1.32 $\times$ では8.8mm、1.6 $\times$ では17.5mm、1.85 $\times$ では34.1mm耳側  
にずれて見える
- 両眼ともに耳側に物体がずれ、輻輳角が減少して開散が生じる。
- 実際の物体の位置よりも遠くに位置するように見える

# 両眼視

ハズキルーペは近方視用眼鏡

ハズキルーペで単眼で蝶を見ると裸眼で見た蝶の眼鏡倍率だけ大きくなった像が遠くに見えるように感じる。

大きさが単眼で少しだけ大きくなったうえで、両眼で見ると眼が開散しその大きさと同じ大きさで実際の位置よりも遠くにあるように感じるため、それよりもさらに大きく感じる。



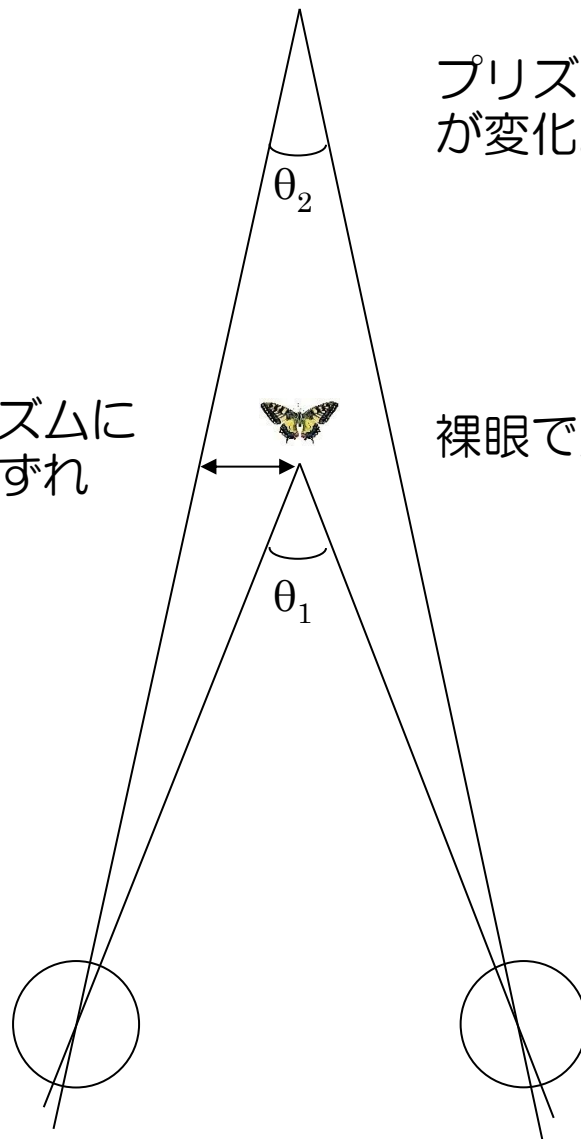
ハズキルーペで見た蝶

プリズム効果で輻輳角が変化。

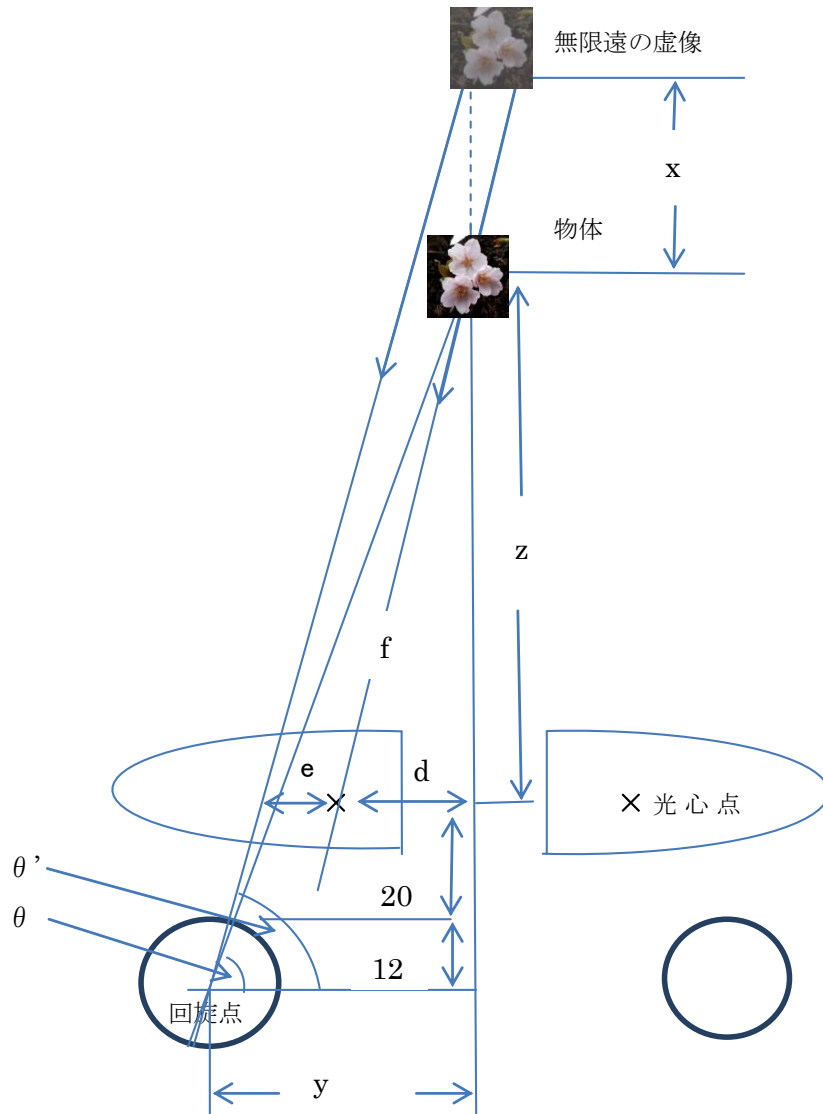
$$\theta_2 < \theta_1$$

プリズムによるずれ

裸眼で見た蝶



# 両眼視によるみかけの虚像位置と物体間距離



ハズキルーペは焦点上にある物体を近方視するため、光軸上の無限遠に虚像が生じる。そのため、瞳孔と光心のずれだけ耳側に像がずれて見える。

みかけの位置は物体よりも $x$ cmだけ遠くにあるように見える。

$$x = e \sqrt{\frac{f^2}{d^2} - 1}$$

$f$  : レンズの焦点距離

$d$  : 光心間距離/2

$e$  : 瞳孔と光心のずれ

$x$  : 物体と両眼視によるみかけの虚像位置と物体間距離

# 虚像と物体間距離

表示倍率 ( $\times$ )	屈折力 (D)	瞳孔と光心 のずれ(e) (mm)	光心間距 離/2(d) (mm)	焦点距離 (f) (mm)	虚像と物体 間距離(x) (mm)
1.32	1.25	7.0	24.0	800.0	233.2
1.6	2.50	7.0	24.0	400.0	116.5
1.85	3.50	10.5	20.5	285.7	146.0

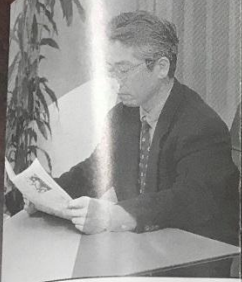
# ハズキルーペの原型

# ハズキルーペの原型：パールルーペ



屈折力: 2.50D, 光心間距離:48mm  
近方視用に内側に反りが入っている

# ペアルーペ 説明書



**視野が広くて疲れない!!**

PAIR ペアルーペ L.O.U.P.E

ペアルーペは、メガネと同様に顔に装着して使用するようにした双眼拡大鏡です。単独で使用するほか、通常のメガネと併用して使用することもできます。

**使用説明書**

ペアルーペをお買い上げいただき、ありがとうございます。

この使用書をよくお読みにになり、正しくお使いください。

AG 株式会社 エー・ジー  
〒103-0023  
東京都中央区

## ペアルーペの特長

### 視野が広い。

視野の全域をクリアに拡大。前面を凸面に、後面を凹面にしたメニスカス型レンズの採用により、レンズの周辺部まで歪みの少ない拡大像が得られます。

### 眼が疲れない。

レンズ内の視野が大きく、レンズ外の視野が視線に入らないため、長時間の使用の際、眼が疲れにくくなっています。

### 自然な立体感。

一般のメガネと同じ双眼構造により、左右視野の相違が少なく、自然な立体感をもつ快適な両眼視野ができます。

### 動作距離が大きい。

レンズ前方約40cm以内での拡大が可能。読書、観察などのほか、筆記作業にも最適です。

### キズが付きにくい。


レンズ部分にはキズが付きにくい表面硬化コーティング処理を施し、いつまでも快適な双眼視を実現します。

### 軽い。

余分な部分を極限までカットし、軽量化を実現しました。

## ご使用の方法

### 各部の名称




- ①腕(つる)
- ②鼻当て支持棒
- ③鼻当て
- ④レンズ

### ペアルーペのかけ方

ペアルーペの腕(つる)および鼻当て支持棒を起し、鼻当てを下図の位置に当てて支持し、ご使用ください。メガネと併用する時も、鼻当てはこの位置に当ててください。

### 【着用図】



### ペアルーペの使い方

ペアルーペをかけても見えにくい場合は、見ている対象物を近づけたり遠ざけたりして、焦点(ピント)が合うよう調整してください

\*調整については、お近くの眼鏡店にご相談下さい。

## お手入れ方法

レンズが汚れた時は、添付のクロスで拭き取ってください。また汚れがひどい時は、水または石鹸水で洗ってください。アルコール等の有機溶剤は絶対に用いないでください。

## 仕様表

### 材質

<レンズ>  
メチルメタクリル  
表面硬化コーティング

<フレーム>  
ニッケル銅合金  
パラジウムメッキ

### 屈折力

2.5ディオプトリ

### 倍率

1.6倍

### セット内容

- ペアルーペ
- 専用ケース
- クロス
- 専用ドライバー
- 使用説明書(本書)

写真は宝田明さんらしい



# ペアルーペを掛けると



写真のような掛け方では頂間距離は50mm。

鼻でずらしていくと80mm位になる。

眼鏡倍率をだすためには頂間距離は長くする必要がある。

ルーペとして忠実に作られている。

# ペアルーペ注意書き

- ペアルーペを掛けたまま立ち歩いたり車の運転をしたりしないでください。
- このルーペでは、絶対に太陽を見ないでください。
- 通常の腕（つる）よりも長くなっています。ご使用の際にずり落ちてくる場合は、腕の曲げ具合をお近くの眼鏡店で調整してください。
- 掛け外しの時は、必ず両手で腕（つる）のつけ根を持ち、静かに外してください。
- 机などに置く時は、レンズ面が下にならないように置いてください。
- レンズ清掃の際、アルコール等の有機溶剤は絶対に用いないでください。
- 腕（つる）および鼻当て支持桿のネジが緩んだ時は、付属のドライバーで締め直してください。
- レンズ部分が若干鋭利になっておりますので、お取り扱いの際には、手を切らないようご注意ください。

倍率について

# さまざまな倍率

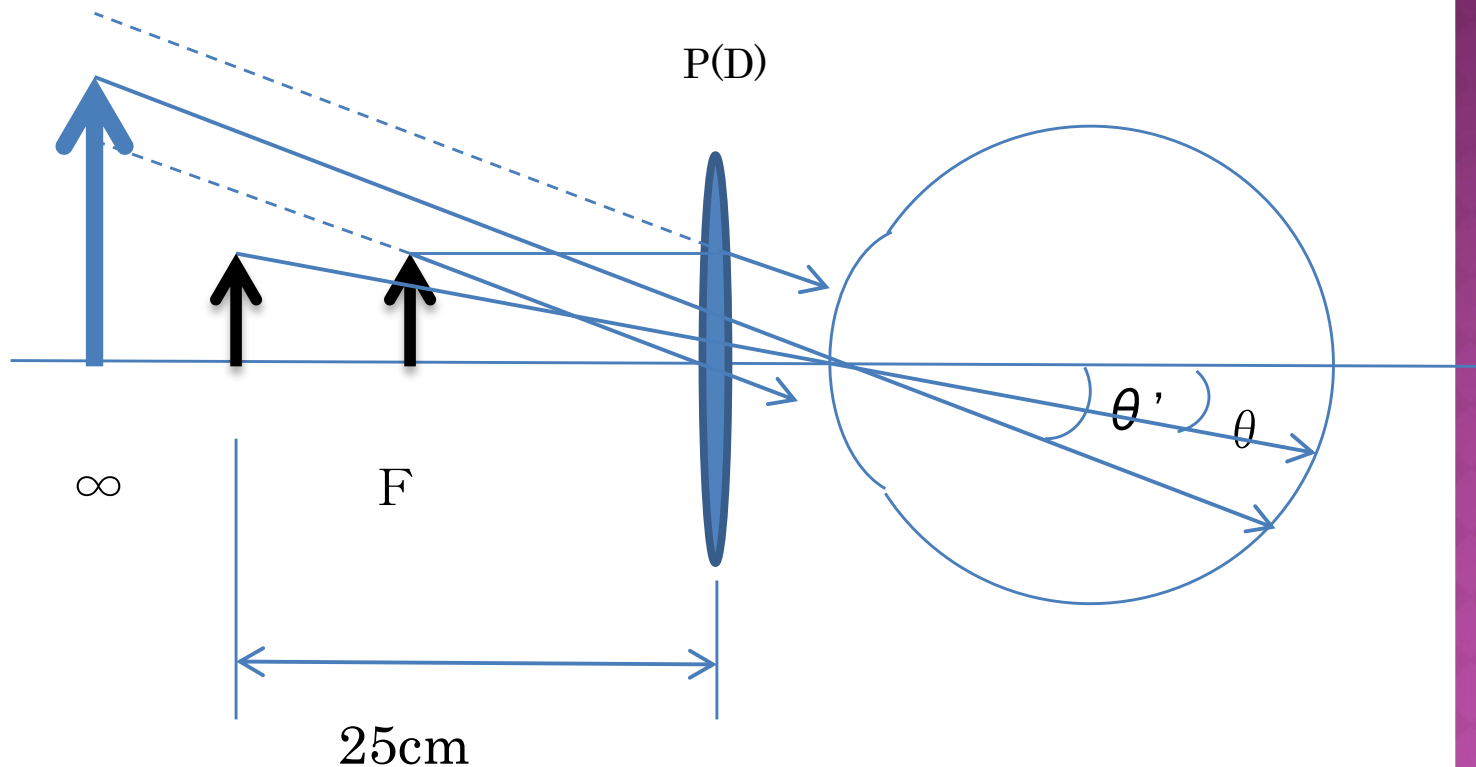
- ◎ 名目倍率
- ◎ 商用倍率（ハズキルーペの倍率表示）
- ◎ 近用眼鏡倍率
- ◎ 回旋倍率
- ◎ 横倍率

# 名目（基準）倍率：P/4

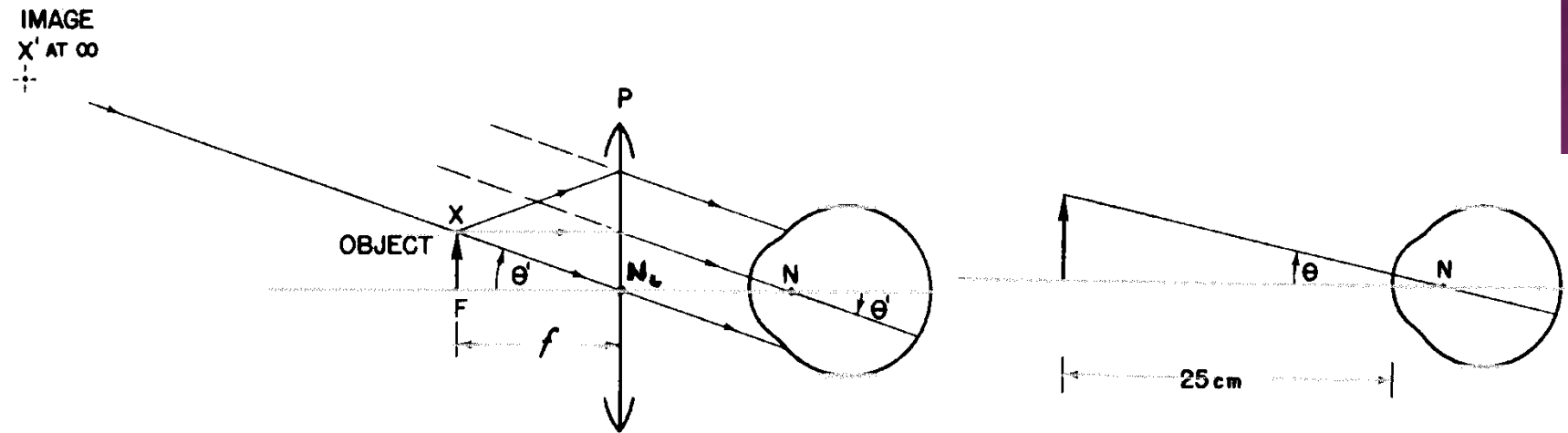
物体をレンズの焦点上に置く

$M = \text{無限遠にある虚像の視角}(\theta') / \text{視距離}25\text{cmにある物体の視角}(\theta)$

Nikon, Eschenbach



# 計算はこのようになります



$$\theta' = \frac{XF}{f} = \frac{\text{物体の大きさ}}{f} = (\text{物体の大きさ}) \cdot (\text{レンズの屈折力})$$

$$\theta = \frac{\text{物体の大きさ}}{25\text{cm}} = \frac{\text{物体の大きさ}}{0.25\text{m}}$$

$$M = \frac{\theta'}{\theta} = \frac{\text{物体の大きさ} \cdot (P)}{\frac{\text{物体の大きさ}}{0.25}} = 0.25P = \frac{P}{4}$$

# ハズキルーペの倍率表示

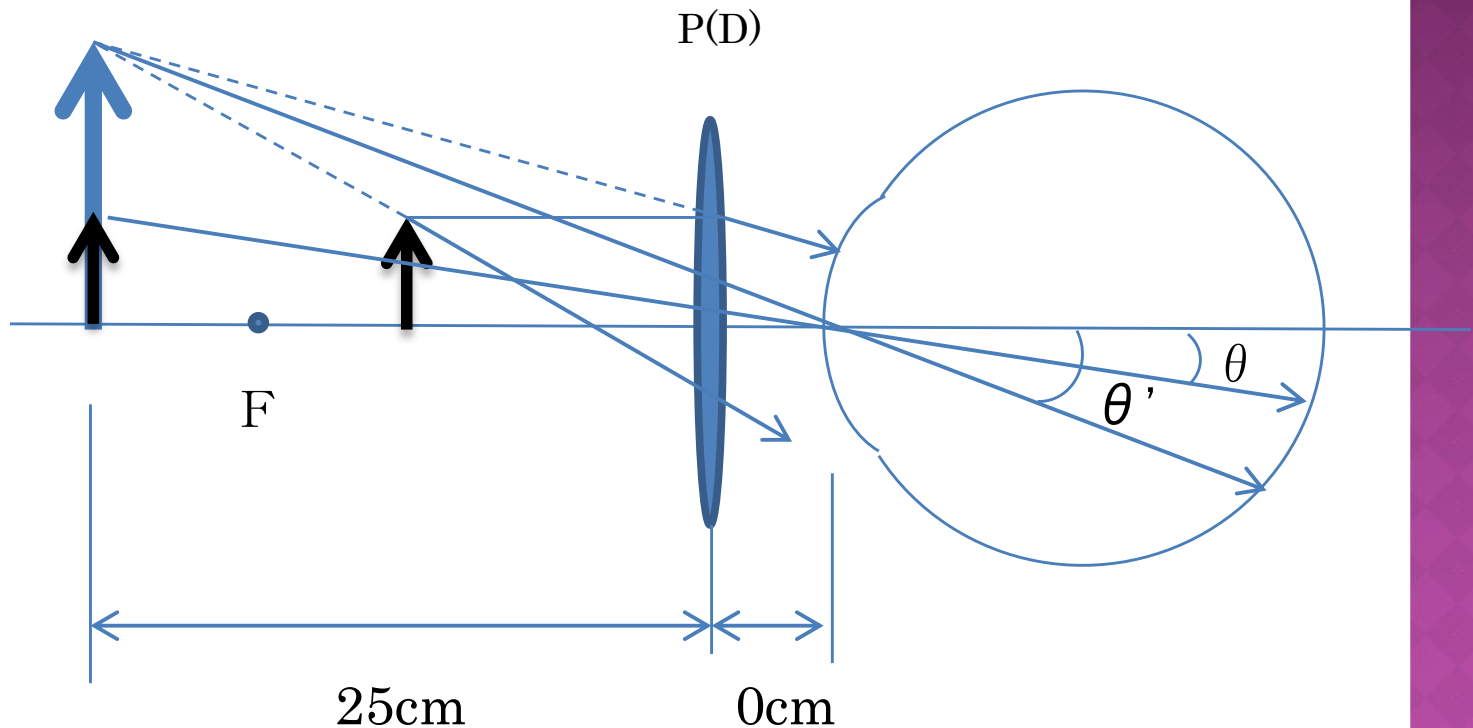
◎  $M = \text{屈折力} / 4 + 1$  (商用倍率)

表示倍率 (×)	屈折力 (D)	焦点距離 (mm)	商用倍率 (屈折力/4)+1 (×)
1.32	1.25	800.0	1.313
1.6	2.50	400.0	1.625
1.85	3.25	307.7	1.813

- ◎ カタログ値の1.3D, 2.5D, 3.4Dで計算するとそれぞれ1.325x, 1.625x, 1.85xとなる。
- ◎ 両眼が開散することで大きく見える効果を倍率で表現することはできない

# 商用倍率： $(P/4)+1$

- ・頂間距離を0cmにし、虚像を眼から25cmにできるように物体を置く
- ・調節力は4D必要となる
- ・ $M = \text{虚像の視角}(\theta') / \text{視距離25cmにある物体の視角}(\theta)$
- ・商用倍率を使用しているメーカー：Coil, Eschenbach





# 実際の単眼視での見え方

## ◎ 近用眼鏡倍率の公式

$$m = \frac{1 - lS}{1 - l(S + D)}$$

S: 物体のバージェンス、*l*: 頂間距離、*D*: 屈折力

1.32×、1.6×、1.85×の製品に関しては物体の視距離をそれぞれの焦点距離である800.0mm、400.0mm、285.7mmで見ると仮定

# 近用眼鏡倍率

表示倍率 (×)	屈折力 (D)	物体のバー ジェンス (D)	頂間距離 (mm)	近用眼鏡 倍率 (×)
1.32	1.25	1.25	20.0	1.03
1.6	2.50	2.50	20.0	1.06
185	3.25	3.50	20.0	1.08

物体をレンズの焦点に置いて見た場合、単眼視の倍率は  
1.03~1.08×となって、少し大きくなる程度

# 回旋倍率

- 虚像は無限遠に見えていて、回旋量の増加による拡大を回旋倍率と定義

眼の回旋点間距離を $2y$ 、回旋点と角膜間距離を $12\text{mm}$ 、無限遠を見たときの回旋角度を $\theta'$ 、実物を見たときの回旋角度を $\theta$ として回旋倍率( $M_{rot}$ )を求める。

$$M_{rot} = \frac{\theta'}{\theta} = 1 + \frac{x(\sqrt{f^2 - d^2} - 32)}{f^2 - d^2 - 1024}$$

物体間距離( $x$ )、焦点距離( $f$ )、光心間距離/2 ( $d$ )

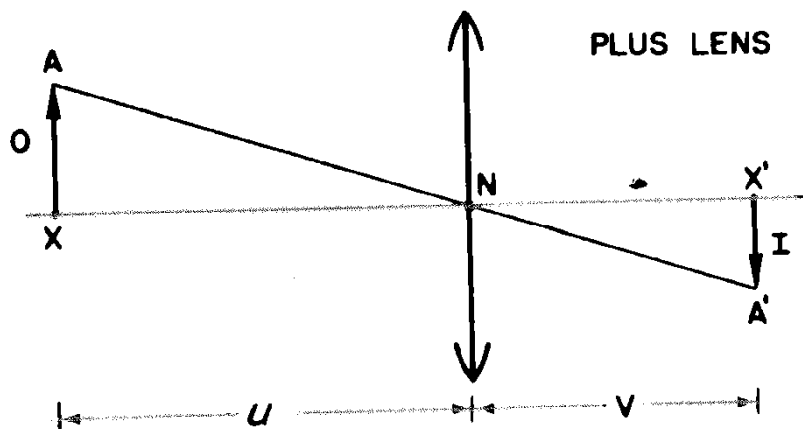
# 回旋倍率

表示倍率 (×)	回旋倍率 (×)
1.32	1.28
1.6	1.27
1.85	1.46

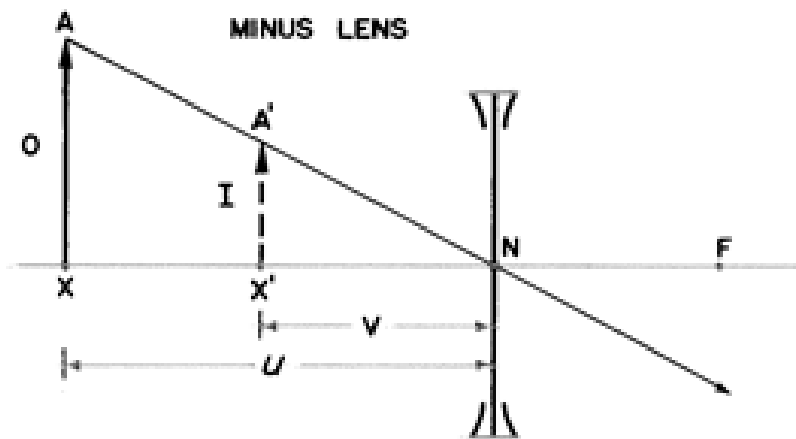
# 近用眼鏡倍率 × 回旋倍率

表示倍率 (×)	近用眼鏡 倍率 (×)	回旋倍 率 (×)	近用眼鏡倍率 × 回旋倍率
1.32	1.03	1.28	1.32
1.6	1.06	1.27	1.35
1.85	1.08	1.46	1.58

# 横倍率



$$M = \frac{I}{O} = \frac{v}{u} = \frac{U}{V}$$



その他の双眼ルーペ

ESCHENBACH

ワークルーペのセット (1.7X~7X)





# 1.7Xを使用したときの様子



# 両眼で見える単レンズのルーペ



Shinbiという商品名  
で販売されていた。  
表示倍率は1.8x。  
屈折力は1.25D。

レンズと物体間距  
離が35cmのときの  
横倍率で表示され  
ていた

# スタンプルーペ



横倍率で表示

材質 屈折率

ガラス 1.52

MR-8 1.60

横倍率

1.8倍

2.0倍

# ロービジョン者に有効であった事例

- ◎ R.I.さん（女性、28歳）
- ◎ 眼疾患：網膜色素変性症
- ◎ 身体障害者手帳等級 2級  
（周辺視野角度の総和が左右眼それぞれ80° 以下かつ  
両眼中心視野角度が28° 以下）
- ◎ 視力（遮光眼鏡CCP400FL, FRを装用）  
R 0.8(C-1.00 Ax120° 1.0△基底180° )  
L 0.8(C-1.00 Ax60° 1.0△基底270° )
- ◎ 近見視 新聞の記事を30cmで読めるが疲れる
- ◎ 所持していたルーペ：+2.25Dの単レンズ
- ◎ 両眼視用としてハズキルーペ1.32×を試用  
裸眼（視距離：30cm）  
常用眼鏡と併用（視距離：40cm）  
パソコン作業用として使っている

# APPENDIX 1

図2に示したように、レンズの焦点距離を $f$ 、光心間距離/2を $d$ 、瞳孔と光心のずれを $e$ 、物体と無限遠の虚像間距離を $x$ として一般式で表すと以下のようになった。

三角形の相似の関係より、

$$\frac{z}{d} = \frac{z + x}{e + d} \dots \textcircled{1}$$

三平方の定理より

$$z = \sqrt{f^2 - d^2} \dots \textcircled{2}$$

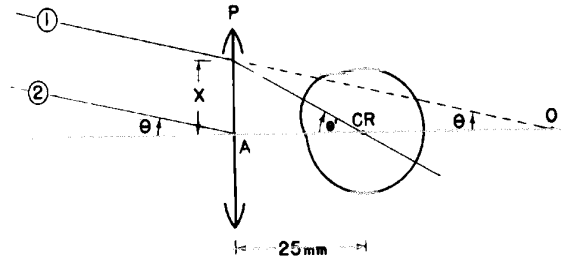
②式を①式に代入

$$x = e \sqrt{\frac{f^2}{d^2} - 1} \dots \textcircled{3}$$

# APPENDIX 2 回旋倍率 (臨床医のための光学より引用)

レンズを通して軸外の物体を見上げるにはどれくらい目の回旋が必要なのかを見て、この回旋を同じ物体をレンズなしで見るのに必要な回旋と比較してみましょう。この比較は百分率が使われるので拡大として見られる可能性もあります—だから横倍率、角倍率、そして縦倍率に加え、回旋倍率もあるのです。このタイプは他と関連性はなく、重要な考えではありません。実際は（生じる徴候を中心に話せば）患者にとって眼鏡レンズの角倍率と同じくらいかそれ以上に重要かもしれません。

下の図を見て下さい



目は角膜が約15mm離れるように矯正レンズの後ろに典型的に置かれます。目の回旋点CRはおおよそ目の“中心”に当たり、角膜からたぶん12mm後ろになります。だから回旋点はおおよそレンズの後方25mmになります。（2mmの違いにけちをつけてはいけません。それを無視すると算数が簡単になります！）

無限遠の物体からの光線1はレンズ（ここではプラスレンズです）に突き当たります。この光線は屈折の後目の回旋点で軸と交わるように選ばれました。それが軸と作る角は $\theta'$ です。これはレンズを通して無限遠の軸外物体を見るために目が回旋しなければならない角です。レンズなしではこの目は同じ物体を見るためには角 $\theta$ だけ回旋しなければならないだけです（ここでは $\theta$ はレンズの節点を通る光線2で表されています。）

光線1は光線2と平行です。だから、もし私たちが光線1を進め続けるなら（レンズを通過しますが、それによる屈折はありません）、それも角 $\theta$ で軸を横切るでしょう。光線1のこの直進は点Oで軸と交わるでしょう。

しばらくの間、無限遠にある1つの物点から光線1と2両方が生じる事実を無視して、光線1を見ましょう。それと軸は2本の光線を表すことができ、両方はOに向かっています。その時、それらは共にレンズの虚の物点として点Oの位置を固定しますから、回旋点是对応する像点となることが分かります。ゆえに、軸上点Oと回旋点は共役であり、レンズからOまでの距離は距離uとなり、レンズから回旋点までの距離(ここでは25mm)はvです。

$$U + P = V ; \quad \text{また } V = 1/0.025 = +40D$$

$$\text{ゆえに、} \quad U = 40 - P$$

$$u = 1/(40 - P) ; \quad \text{また } v = 1/40$$

微小な角において示されているレンズ面の長さxでは、

$$\theta' = x/v = x/(1/40) = 40x$$

$$\theta = x/u = x/(1/(40 - P)) = (40 - P)x$$

$$\text{回旋倍率} = \theta'/\theta = 40/(40 - P)$$

この関係は眼鏡レンズ面に位置するどんな矯正レンズ（プラスもしくはマイナス）でも真です。無水晶体眼用レンズの+12Dでは回旋倍率は

つまり、143%

# APPENDIX 3

$\theta$ 、 $\theta'$ が微小な角とすると、近方視の場合の回旋倍率は

$$M_{rot} = \frac{\theta'}{\theta} = \frac{z+x+32}{y} \times \frac{y}{z+32} = \frac{z+x+32}{z+32}$$

式②を代入

$$\begin{aligned} &= \frac{\sqrt{f^2 - d^2} + x + 32}{\sqrt{f^2 - d^2} + 32} = \frac{(\sqrt{f^2 - d^2} - 32)(\sqrt{f^2 - d^2} + x + 32)}{(\sqrt{f^2 - d^2} - 32)(\sqrt{f^2 - d^2} + 32)} \\ &= \frac{f^2 - d^2 + (x + 32)\sqrt{f^2 - d^2} - 32\sqrt{f^2 - d^2} - 32(x + 32)}{f^2 - d^2 - 32^2} \\ &= \frac{f^2 - d^2 + x\sqrt{f^2 - d^2} + 32\sqrt{f^2 - d^2} - 32\sqrt{f^2 - d^2} - 32x - 1024}{f^2 - d^2 - 1024} \\ &= \frac{f^2 - d^2 + x\sqrt{f^2 - d^2} - 32x - 1024}{f^2 - d^2 - 1024} \\ &= 1 + \frac{x(\sqrt{f^2 - d^2} - 32)}{f^2 - d^2 - 1024} \end{aligned}$$

ご清聴ありがとうございました

